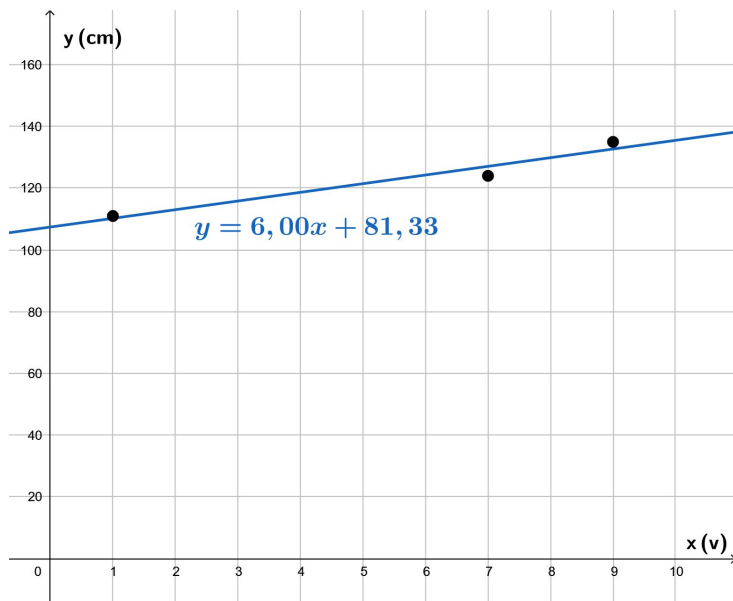


7.1

- a) Muuttuja x on ikä (v) ja muuttuja y keskipituus (cm).

Taulukoidaan havaintoarvot ja sovitetaan pistejoukkoon suora taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B
1	ikä x (v)	Keskipituus y (cm)
2	5	111
3	7	124
4	9	135



Keskipituutta kuvaava lineaarinen malli kahden desimaalin tarkkuuteen sovitettuna on $y = 6,00x + 81,33$, missä x on ikä (v).

b) Lasketaan keskipituus y , kun ikä $x = 12$ v.

$$\begin{aligned} y &= 6,00x + 81,33 && \text{Sijoitetaan } x = 12. \\ &= 6,00 \cdot 12 + 81,33 \\ &= 153,33 \approx 153 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Keskipituus on 153 cm.

c) Lasketaan keskipituus y , kun ikä $x = 30$ v.

$$\begin{aligned} y &= 6,00x + 81,33 && \text{Sijoitetaan } x = 30. \\ &= 6,00 \cdot 30 + 81,33 \\ &= 261,33 \approx 261 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Keskipituus on 261 cm.

Mallilla voi arvioida keskipituutta, kun keskipituus kasvaa lineaarisesti. Tehtävänannon mukaan kasvu on lineaarista vain ikävuosina 4 – 13. Mallilla ei siis voi arvioida keskipituutta enää 30 vuoden iässä.

Vastaus

a) $y = 6,00x + 81,33$, missä y on pituus (cm) ja x on ikä (v).

b) 153 cm

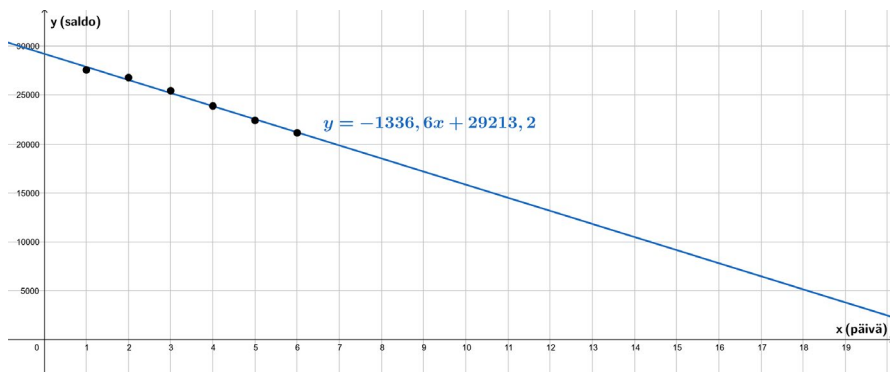
c) 261 cm

Mallilla ei voi ennustaa tyttöjen keskipituutta 30 vuoden iässä, koska keskipituus kasvaa lineaarisesti vain ikävuosina 4 – 13.

7.2

Muuttuja x on marraskuun päivän järjestysluku ja muuttuja y varastosaldo. Syötetään havaintoarvot taulukkolaskentaohjelmaan ja sovitetaan pistejoukkoon suora taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B
1	Päivä x	Varastosaldo y
2	1	27 560
3	2	26 782
4	3	25 439
5	4	23 881
6	5	22 409
7	6	21 139



Varastosaldoa kuvaava lineaarinen malli yhden desimaalin tarkkuuteen sovitettuna on $y = -1336,6x + 29\,213,2$, missä x on päivän järjestysluku.

- a) Suoran kulmakerroin on $-1336,6$.

Kulmakertoimen mittayksikkö on kenkäparia/päivä.

Kulmakerroin ilmaisee, kuinka paljon varastosaldo keskimäärin vähenee päivässä, eli kuinka monta kenkäparia päivässä myydään.

Päivässä myydään keskimäärin $1336,6 \approx 1340$ kenkäparia.

- b) Lasketaan varastosaldo y , kun päivän järjestysluku $x = 14$.

$$\begin{aligned} y &= -1336,6x + 29\,213,2 && \text{Sijoitetaan } x = 14. \\ &= -1336,6 \cdot 14 + 29\,213,2 \\ &= 10\,500,8 \approx 10\,500 \end{aligned}$$

Varastossa on $10\,500$ kenkäparia.

- c) Ratkaistaan päivän järjestysluku x , kun varastosaldo $y = 5000$ kenkäparia.

$$\begin{aligned} y &= -1336,6x + 29\,213,2 && \text{Sijoitetaan } y = 5000. \\ 5000 &= -1336,6x + 29\,213,2 && \text{Ratkaistaan muuttuja } x \\ &&& \text{CAS-laskimella.} \\ x &= 18,115... \end{aligned}$$

Ensimmäinen päivä, kun varastosaldo on alle 5000 on 19. marraskuuta.

Vastaus

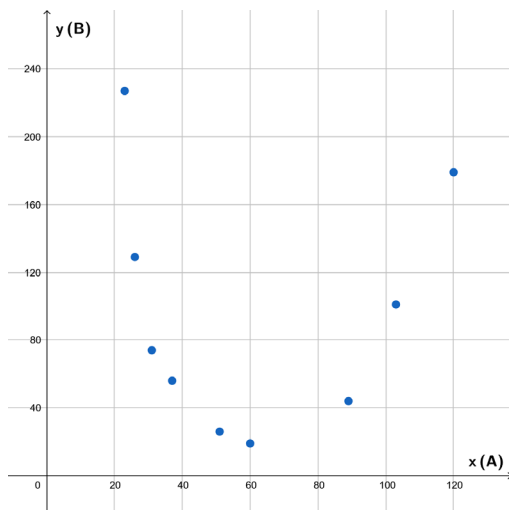
- a) Päivittäinen myynti on keskimäärin 1340 kenkäparia/päivä.
b) $10\,500$ paria
c) 19.11.

7.3

Mittaus	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
1	23	227	109
2	26	129	107
3	31	74	104
4	37	56	101
5	51	26	92
6	60	19	87
7	89	44	69
8	103	101	61
9	120	179	51

- a) Valitaan suure *A* muuttujaksi *x* ja suure *B* muuttujaksi *y*.

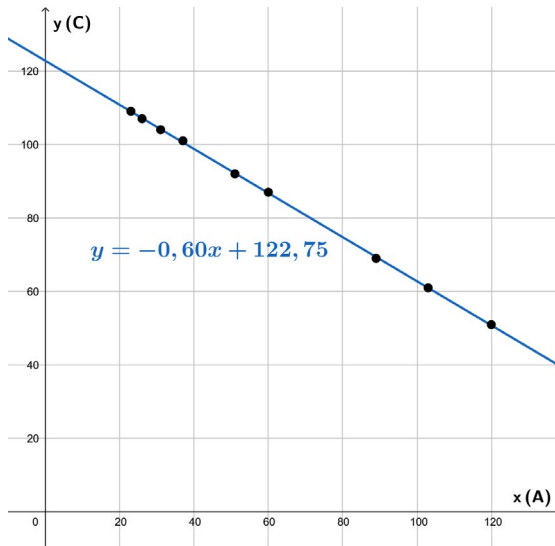
Merkitään havaintopisteet taulukkolaskentaohjelmalla koordinaatistoon ja tutkitaan, onko suureiden välillä lineaarinen riippuvuus.



Pistejoukon perusteella suureiden *A* ja *B* välillä on epälineaarinen riippuvuus. Suureiden *x* (h) välillä ei siis ole lineaarista riippuvuutta.

b) Valitaan suure A muuttujaksi x ja suure C muuttujaksi y .

Merkitään havaintopisteet taulukkolaskentaohjelmalla koordinaatistoon ja tutkitaan, onko suureiden välillä lineaarinen riippuvuus.



Pistejoukon perusteella suureiden A ja C välillä on lineaarinen riippuvuus.

Suureen C riippuvuutta suureesta A kuvaa lineaarinen malli $y = -0,60x + 122,75$, missä x on suureen A mittaustulos.

Lasketaan suureen C arvo y , kun suureen A arvo $x = 46$.

$$y = -0,60x + 122,75$$

Sijoitetaan $x = 46$

$$= -0,60 \cdot 46 + 122,75$$

$$= 95,15 \approx 95$$

Vastaus

a) Suureiden A ja B välillä ei ole lineaarista riippuvuutta.

b) Suureiden A ja C välillä on lineaarinen riippuvuus.

Kun $A = 46$, niin $C \approx 95$.

7.4

- a) Muuttuja x on päivän järjestysluku joulukuun ensimmäisestä päivästä alkaen ja muuttuja y öljyn määrä litroina.

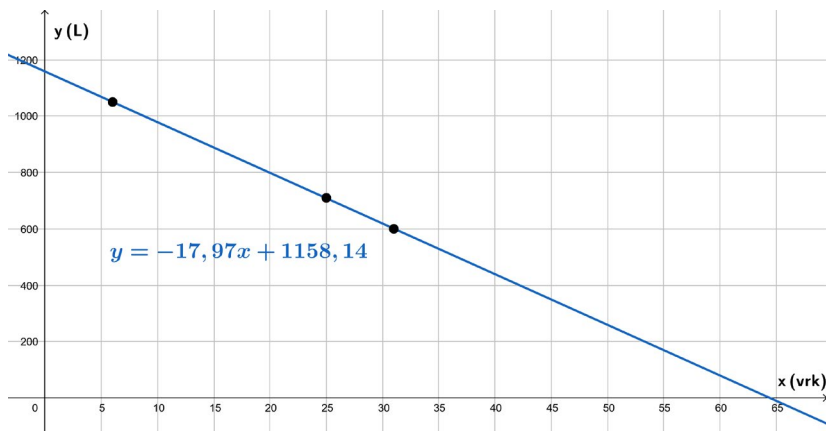
Itsenäisyyspäivä: 6.12.

Joulupäivä: 25.12.

Vuoden viimeinen päivä (uudenvuodenaatto): 31.12.

Syötetään havaintoarvot taulukkolaskentaohjelmaan ja sovitetaan pistejoukkoon suora.

	A	B
1	Päivä x	Öljyn määrä y (L)
2	6	1050
3	25	710
4	31	600



Öljyn määrää (L) kuvaava lineaarinen malli kahden desimaalin tarkkuuteen sovitettuna on $y = -17,97x + 1158,14$, missä x on päivän järjestysluku.

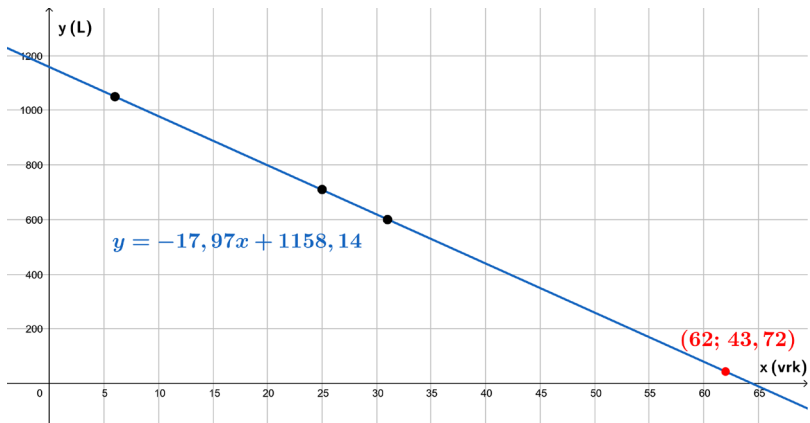
- b) Kulmakerroin ilmaisee, kuinka paljon öljyn määrä säiliössä keskimäärin vähenee päivässä.

Öljyä kuluu keskimäärin $17,97 \text{ L/vrk} \approx 18 \text{ L/vrk}$.

- c) Lasketaan öljyn määrä y (L), kun päivän järjestysluku $x = 31 + 31 = 62$. (Joulukuussa ja tammikuussa on 31 päivää.)

$$\begin{aligned} y &= -17,97x + 1158,14 && \text{Sijoitetaan } x = 62. \\ &= -17,97 \cdot 62 + 1158,14 \\ &= 44 \text{ (L)} \end{aligned}$$

Öljysäiliössä on 44 L öljyä.



Vastaus

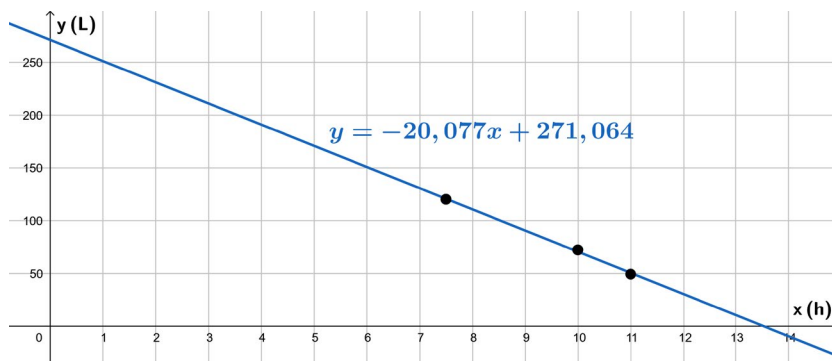
- a) $y = -17,97x + 1158,14$, missä y on säiliössä olevan öljyn määrä (L) ja x päivän järjestysluku. ($1 = 1.12.$)
- b) Öljyä kuluu keskimäärin 18 L/vrk .
- c) 44 L

7.5

- a) Muuttuja x on keskiyöstä kulunut aika tunteina ja muuttuja y marjojen määrä litroina.

Syötetään havaintoarvot taulukkolaskentaohjelmaan ja sovitetaan pistejoukkoon suora.

	A	B
1	Aika	Marjojen määrä y (L)
2	7,5	120
3	10,0	72
4	11,0	49



Marjojen määrää (L) kuvaava lineaarinen malli on kolmen desimaalin tarkkuudelle sovitettuna $y = -20,077x + 271,064$, missä x on keskiyöstä kulunut aika (h).

b) Lasketaan aika x , kun marjojen määrä $y = 0$ L.

$$y = -20,077x + 271,064$$

Sijoitetaan $y = 0$.

$$0 = -20,077x + 271,064$$

Ratkaistaan muuttuja x

CAS-laskimella.

$$= 13,501... \approx 13,5 \text{ (h)}$$

Marjat loppuvat, kun keskiyöstä on kulunut noin 13,5 h, eli noin kello 13.30. Juha saa siis kaikki herukat myytyä ennen toriajan päättymistä.

Vastaus

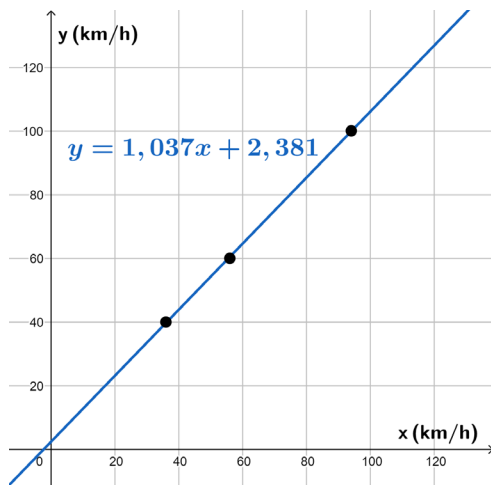
- a)** $y = -20,077x + 271,064$, missä y on jäljellä olevien marjojen määrä (L) ja x on keskiyöstä kulunut aika (h).
- b)** Saa. (Marjat loppuvat mallin mukaan noin klo 13.30.)

7.6

- a) Muuttuja x on todellinen nopeus (km/h) ja muuttuja y mittarilukema (km/h).

Syötetään havaintoarvot taulukkolaskentaohjelmaan ja sovitetaan pistejoukkoon suora.

	A	B
1	Todellinen nopeus x (km/h)	Mittarilukema y (km/h)
2	94	100
3	56	60
4	36	40



Mittarilukemaa y (km/h) kuvaava lineaarinen malli on kolmen desimaalin tarkkuudelle sovitettuna $y = 1,037x + 2,381$, missä x on todellinen nopeus (km/h).

- b)** Lasketaan mittarilukema y (km/h), kun todellinen nopeus $x = 80$ km/h.

$$\begin{aligned}y &= 1,037x + 2,381 \\&= 1,037 \cdot 80 + 2,381 \\&= 85,341 \approx 85 \text{ (km/h)}\end{aligned}$$

Sijoitetaan $x = 80$.

Mittarin lukema on 85 km/h.

- c)** Ratkaistaan todellinen nopeus x (km/h), kun mittarilukema $y = 120$ km/h.

$$\begin{aligned}y &= 1,037x + 2,381 \\120 &= 1,037x + 2,381\end{aligned}$$

Sijoitetaan $y = 120$.

Ratkaistaan muuttuja x
CAS-laskimella.

$$x = 113,422... \approx 113 \text{ (km/h)}$$

Todellinen nopeus on 113 km/h.

Vastaus

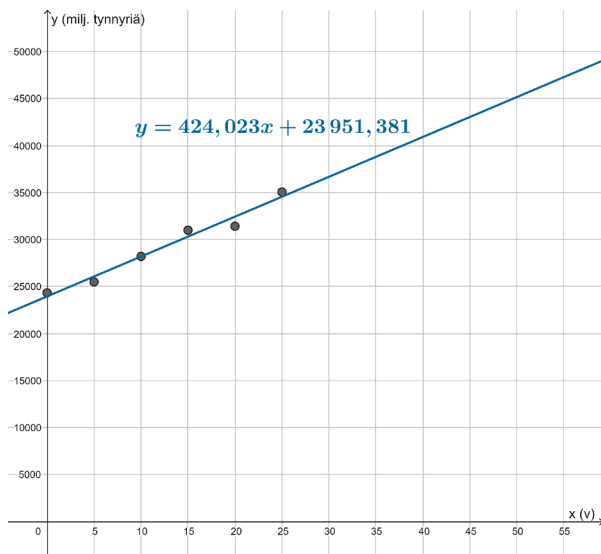
- a)** $y = 1,037x + 2,381$, missä y on mittarilukema (km/h) ja x on todellinen nopeus (km/h).
b) 85 km/h
c) 113 km/h

7.7

- a) Muuttuja x on vuodesta 1990 kulunut aika (v) ja muuttuja y öljyn kulutus (milj. tynnyriä).

Syötetään havaintoarvot taulukkolaskentaohjelmaan ja sovitetaan pistejoukkoon suora.

	A	B
1	Kulunut aika x (v)	Öljyn kulutus y (milj. tynnyriä)
2	0	24 331
3	5	25 495
4	10	28 210
5	15	30 996
6	20	31 416
7	25	35 062



Öljyn kulutusta y (milj. tynnyriä) kuvaava lineaarinen malli on kolmen desimaalin tarkkuudelle sovitettuna $y = 424,023x + 23\,951,381$, missä x on vuodesta 1990 kulunut aika (v).

- b) Lasketaan öljynkulutus y (milj. tynnyriä), kun aikaa on kulunut $x = 2020 - 1990 = 30$ (v).

$$\begin{aligned}y &= 424,023x + 23\,951,381 && \text{Sijoitetaan } x = 30. \\&= 424,023 \cdot 30 + 23\,951,381 \\&= 36\,672,071 \approx 36\,672 \text{ (milj. tynnyriä)}\end{aligned}$$

Öljyn kulutus on 36 672 miljoonaa tynnyriä.

- c) Ratkaistaan kulunut aika x (v), kun öljyn kulutus $y = 50\,000$ milj. tynnyriä.

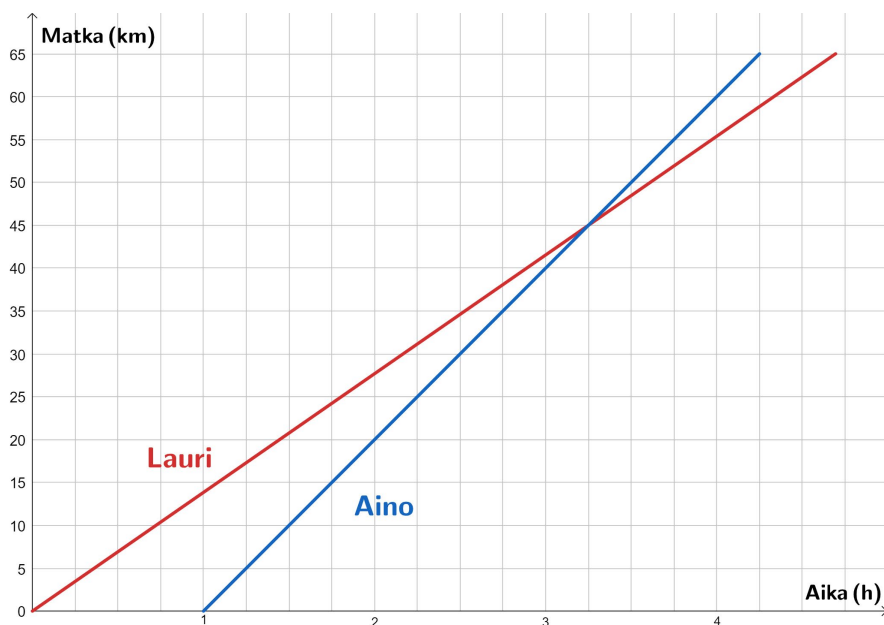
$$\begin{aligned}y &= 424,023x + 23\,951,381 && \text{Sijoitetaan } y = 50\,000. \\50\,000 &= 424,023x + 23\,951,381 && \text{Ratkaistaan muuttuja } x \\&&& \text{CAS-laskimella.} \\&= 61.432... \approx 61 \text{ (v)}\end{aligned}$$

Öljyn kulutus ylittää 50 000 miljoonaa tynnyriä vuoden $1990 + 61 = 2051$ aikana. Ensimmäinen kokonainen vuosi, jolloin kulutus on yli 50 000 miljoonaa tynnyriä on siis vuosi 2052.

Vastaus

- a) $y = 424,023x + 23\,951,381$, missä y on kulutus (milj. tynnyriä) ja x on vuodesta 1990 kulunut aika (v).
b) 36 672 miljoonaa tynnyriä
c) 2052

7.8



- a) Ajanhetkellä 0 h Laurin matkaa kuvaava suora leikkaa x -akselin. Hän lähtee liikkeelle.
- b) Ajanhetkellä 1 h Ainon matkaa kuvaava suora leikkaa x -akselin. Hän lähtee liikkeelle.

Ajanhetkellä 1 h Lauri on pyöräillyt n. 14 km.

- c) Ajanhetkellä 3,25 h suorat leikkaavat. Aino saa Laurin kiinni ja ohittaa hänet. Matkaa on tällöin pyöräilty 45 km. Suorat leikkaavat pisteessä (3,25; 45).

- d) Lasketaan Laurin pyöräilynopeus selvittämällä hänen matkaansa kuvaavan suoran kulmakerroin.

Suora kulkee pisteiden $(0, 0)$ ja $(3,25; 45)$ kautta.

$$k = \frac{45 - 0}{3,25 - 0} = 13,846... \approx 14 \text{ (km/h)}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Laurin pyöräilynopeus oli 14 km/h.

- e) Lasketaan Ainon pyöräilynopeus selvittämällä hänen matkaansa kuvaavan suoran kulmakerroin.

Suora kulkee pisteiden $(1, 0)$ ja $(3,25; 45)$ kautta.

$$k = \frac{45 - 0}{3,25 - 1} = 20 \text{ (km/h)}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

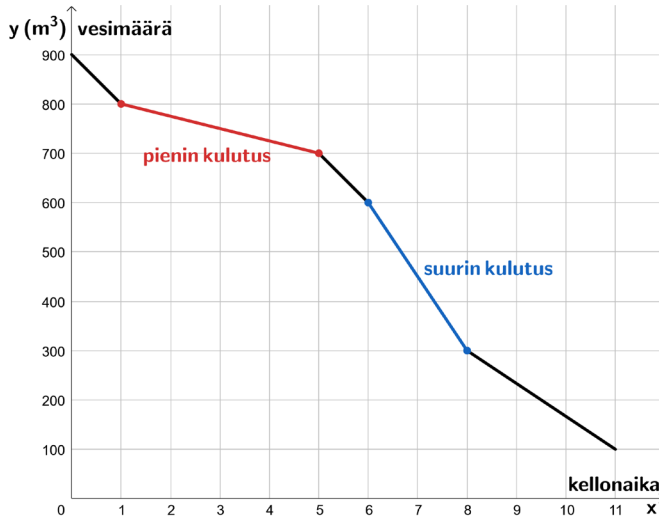
Ainon pyöräilynopeus oli 20 km/h.

- f) Matkojen kuvaajat päättyvät matkan kohdassa 65 km. Aino ja Lauri ajoivat 65 km.
- g) Aino saapui ensin matkan kohtaan 65 km. Hän saapui perille ajanhetkellä 4,25 h. Lauri saapui perille noin puoli tuntia myöhemmin ajanhetkellä 4,7 h.

Vastaus

- a) Lauri lähtee matkaan.
b) Aino lähtee matkaan.
c) Aino saa Laurin kiinni ja ohittaa hänet.
d) 14 km/h
e) 20 km/h
f) 65 km
g) Aino.

7.9



Vedenkulutus (m^3/h) vastaa kuvaajan kulmakerrointa.

Kuvan perusteella kuvaaja laskee jyrkimmin kello kuuden ja kahdeksan välillä.

Kuudelta vesimäärä on 600 m^3 . Kahdeksalta vesimäärä on 300 m^3 . Kuvaaja kulkee siis pisteiden $(6, 600)$ ja $(8, 300)$ kautta.

Lasketaan veden kulutus, eli kuvaajan kulmakerroin kyseisellä välillä.

$$k = \frac{600 - 300}{8 - 6} = \frac{300}{2} = 150 \text{ (m}^3/\text{h)}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Veden kulutus klo 6–8 oli $150 \text{ m}^3/\text{h}$.

Kuvan perusteella kuvaaja laskee loivimmin kello yhden ja viiden välillä.

Yhdeltä vesimäärä on 800 m^3 . Viideltä vesimäärä on 700 m^3 . Kuvaaja kulkee siis pisteiden $(1, 800)$ ja $(5, 700)$ kautta.

Lasketaan veden kulutus, eli kuvaajan kulmakerroin kyseisellä välillä.

$$k = \frac{800 - 700}{5 - 1} = \frac{100}{4} = 25 \text{ (m}^3/\text{h)}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Veden kulutus klo 1 – 5 oli $25 \text{ m}^3/\text{h}$.

Vastaus

Suurin kulutus klo 6 – 8 : 150 m^3 tunnissa.

Pienin kulutus klo 1 – 5 : 25 m^3 tunnissa.

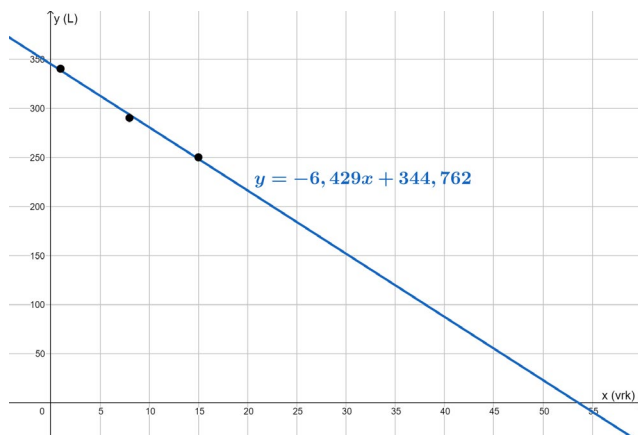
7.10

- a) Muuttuja x on päivän järjestysluku syyskuun ensimmäisestä päivästä alkaen ja muuttuja y öljyn määrä litroina.

Viikon kuluttua ensimmäisestä päivästä on kuukautta kulunut $1 + 7 = 8$ päivää. Kahden viikon kuluttua ensimmäisestä päivästä on kuukautta kulunut $1 + 2 \cdot 7 = 15$ päivää.

Syötetään havaintoarvot taulukkolaskentaohjelmaan ja sovitetaan pistejoukkoon suora.

	A	B
1	Päivä x	Öljyn määrä y (L)
2	1	340
3	8	290
4	15	250



Öljyn määrää (L) kuvaava lineaarinen malli kolmen desimaalin tarkkuuteen sovitettuna on $y = -6,429x + 344,762$, missä x on päivän järjestysluku.

- b) Lasketaan öljyn määrä y (L), kun päivän järjestysluku $x = 30$.
(Syyskuussa on 30 päivää.)

$$\begin{aligned}y &= -6,429x + 344,762 \\&= -6,429 \cdot 30 + 344,762 \\&= 151,892 \approx 152 \text{ (L)}\end{aligned}$$

Sijoitetaan $x = 30$.

Säiliössä on 152 L öljyä.

- c) Selvitetään milloin öljysäiliöstä loppuu öljy. Lasketaan päivän järjestysluku x , kun öljyn määrä $y = 0$ L.

$$\begin{aligned}y &= -6,429x + 344,762 \\0 &= -6,429x + 344,762 \\&= 53,626... \approx 53\end{aligned}$$

Sijoitetaan $y = 0$.

Ratkaistaan muuttuja x
CAS-laskimella.

Öljysäiliössä on öljyä 53 päiväksi. Syyskuussa on 30 päivää, joten öljysäiliö pitäisi täyttää viimeistään lokakuun 23. päivä.

Vastaus

- a) $y = -6,429x + 344,762$, missä y on säiliössä olevan öljyn määrä (L) ja x päivän järjestysluku. ($1 = 1.9$)
b) 152 L
c) lokakuun 23. päivä

7.11

Muuttuja x on kello 9:stä kulunut aika minuutteina ja muuttuja y jäljellä oleva matka kilometreinä.

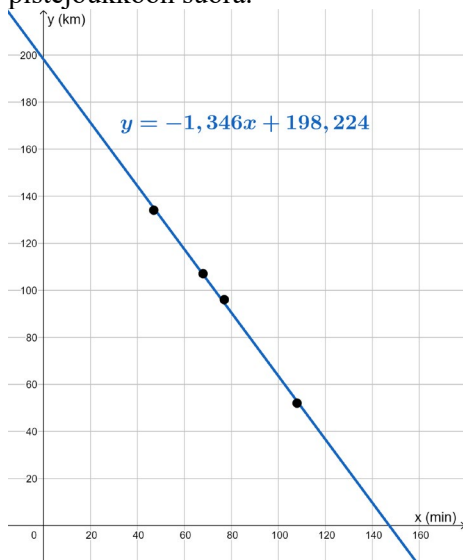
Kello 9.47 aikaa on kulunut 47 minuuttia.

Kello 10.08 aikaa on kulunut $60 + 8 = 68$ minuuttia.

Kello 10.17 aikaa on kulunut $60 + 17 = 77$ minuuttia.

Kello 10.48 aikaa on kulunut $60 + 48 = 108$ minuuttia.

Syötetään havaintoarvot taulukkolaskentaohjelmaan ja sovitetään pistejoukkoon suora.



Jäljellä olevaa matkaa (km) kuvaava lineaarinen malli kolmen desimaalin tarkkuuteen sovitettuna on $y = -1,346x + 198,224$, missä x on kulunut aika (min).

a) Suoran kulmakerroin on

$-1,346$.

Kulmakertoimen mittayksikkö on km/min.

Kulmakerroin ilmaisee, kuinka paljon jäljellä oleva matka vähenee minuutissa. Tämä kuvaa keskimääräistä nopeutta, joka on $1,346 \text{ km/min} \approx 1,3 \text{ km/min}$.

b) Lasketaan jäljellä oleva matka y (km), kun kulunut aika $x = 23$ min.

$$\begin{aligned}
 y &= -1,346x + 198,224 \\
 &= -1,346 \cdot 23 + 198,224, \\
 &= 167,226 \approx 170 \text{ (km)}
 \end{aligned}$$

Sijoitetaan $x = 23$.

Lähtöpisteestä Tampereelle on matkaa 170 km.

- c) Lasketaan kulunut aika x (min), kun matkaa Tampereelle on jäljellä 11 km.

$$\begin{aligned}
 y &= -1,346x + 198,224 \\
 11 &= -1,346x + 198,224 \\
 &= 139,096... \approx 139 \text{ (min)}
 \end{aligned}$$

Sijoitetaan $y = 11$.

Ratkaistaan muuttuja x
CAS-laskimella.

Aikaa on kulunut $139 \text{ min} = 2 \cdot 60 \text{ min} + 19 \text{ min}$. Lasse ja Liisa ovat perillä klo 11.19.

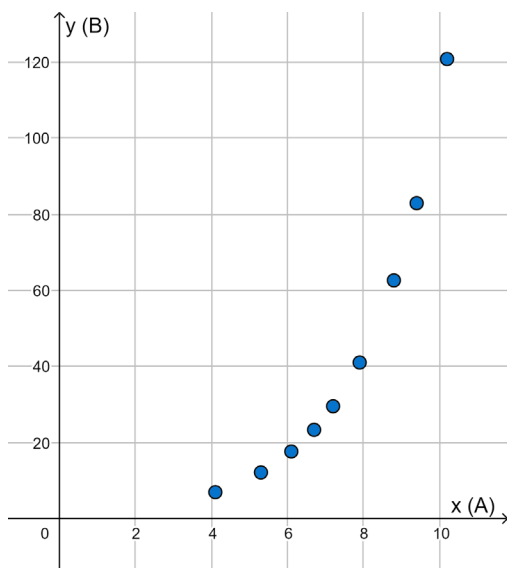
Vastaus

- a) Keskimääräisen nopeuden 1,3 km/min.
- b) 170 km
- c) klo 11.19

7.12

Mittaus	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
1	4,1	6,9	2,8
2	5,3	12,1	3,6
3	6,1	17,6	4,1
4	6,7	23,3	4,5
5	7,2	29,5	4,9
6	7,9	41,0	5,4
7	8,8	62,6	6,0
8	9,4	82,9	6,4
9	10,2	120,8	6,9

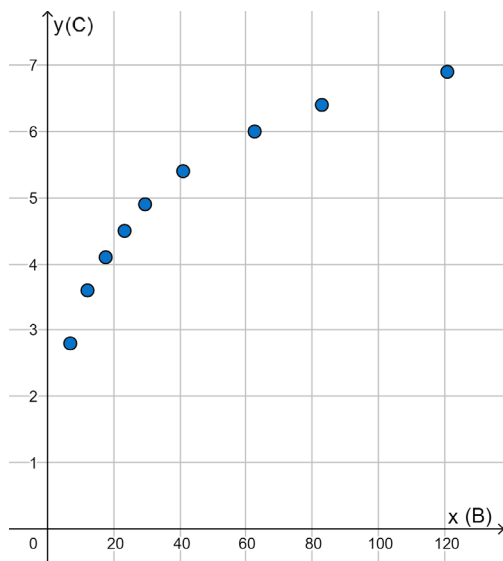
- a) Valitaan suure *A* muuttujaksi *x* ja suure *B* muuttujaksi *y*.
 Merkitään havaintopisteet taulukkolaskentaohjelmalla koordinaatistoon ja tutkitaan, onko suureiden välillä lineaarinen riippuvuus.



Pistejoukon perusteella suureiden *A* ja *B* välillä ei ole lineaarista riippuvuutta.

b) Valitaan suure B muuttujaksi x ja suure C muuttujaksi y .

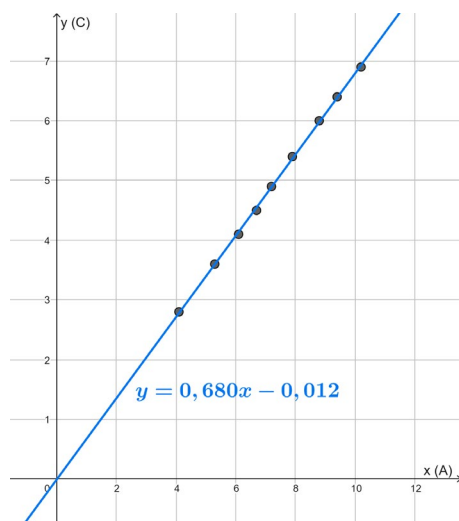
Merkitään havaintopisteet taulukkolaskentaohjelmalla koordinaatistoon ja tutkitaan, onko suureiden välillä lineaarinen riippuvuus.



Pistejoukon perusteella suureiden B ja C välillä ei ole lineaarista riippuvuutta.

- c) Valitaan suure A muuttujaksi x ja suure C muuttujaksi y .

Merkitään havaintopisteet taulukkolaskentaohjelmalla koordinaatistoon ja tutkitaan, onko suureiden välillä lineaarinen riippuvuus.



Pistejoukon perusteella suureiden A ja C välillä on lineaarinen riippuvuus.

Suureen C riippuvuutta suureesta A kuvaa lineaarinen malli $y = 0,680x - 0,012$, missä x on suureen A mittaustulos.

Lasketaan suureen C arvo y , kun suureen A arvo $x = 3,5$.

$$\begin{aligned}y &= 0,680x - 0,012 \\&= 0,680 \cdot 3,5 - 0,012 \\&= 2,368 \approx 2,4\end{aligned}$$

Sijoitetaan $x = 3,5$.

Vastaus

- a) Suureiden A ja B välillä ei ole lineaarista riippuvuutta.
- b) Suureiden B ja C välillä ei ole lineaarista riippuvuutta.
- c) Suureiden A ja C välillä on lineaarinen riippuvuus.
Kun $A = 3,5$, niin $C \approx 2,4$.

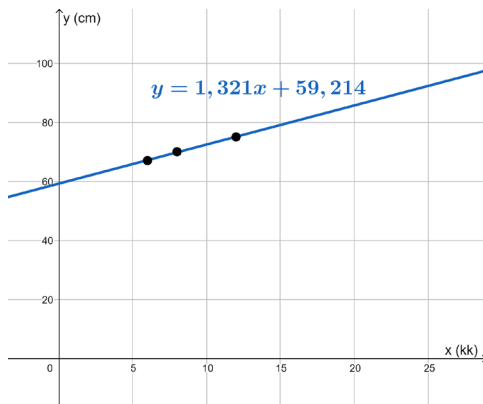
7.13

- a) Muuttuja x on Mimmin ikä (kk) ja muuttuja y Mimmin pituus (cm). Taulukoidaan havaintoarvot ja sovitetaan pistejoukkoon suora taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B
1	Ikä x (kk)	Pituus y (cm)
2	6	67,0
3	8	70,0
4	12	75,0

Keskipituutta kuvaava lineaarinen malli kolmen desimaalin tarkkuuteen sovitettuna on

$y = 1,321x + 59,214$, missä x on ikä (kk).



- b) Lasketaan pituus y (cm), kun ikä $x = 24$ kk.

$$y = 1,321x + 59,214$$

$$= 1,321 \cdot 24 + 59,214$$

$$= 90,918 \approx 90,9 \text{ (cm)}$$

Sijoitetaan $x = 24$.

Mimmin pituus 24 kk iässä on 90,9 cm.

c) Ratkaistaan ikä x (kk), kun pituus $y = 82,0$ cm.

$$y = 1,321x + 59,214$$

$$82,0 = 1,321x + 59,214$$

$$x = 17,249... \approx 17 \text{ (kk)}$$

Sijoitetaan $y = 82,0$.

Ratkaistaan muuttuja x
CAS-laskimella.

Mimmin pituus on 82,0 cm 17 kk iässä.

d) Lasketaan pituus y (cm), kun ikä $x = 10 \cdot 12 \text{ kk} = 120 \text{ kk}$.

$$y = 1,321x + 59,214$$

$$= 1,321 \cdot 120 + 59,214$$

$$= 217,734 \approx 218 \text{ (cm)}$$

Sijoitetaan $x = 120$.

Mimmin pituus 10 vuoden iässä on mallin mukaan 218 cm.

Mimmin pituus ei ole realistinen, joten voidaan päätellä, ettei mallilla voi ennustaa pituutta 10 ikävuoteen saakka.

Vastaus

a) $y = 1,321x + 59,214$, missä y on pituus (cm) ja x on ikä (kk).

b) 90,9 cm

c) 17 kk

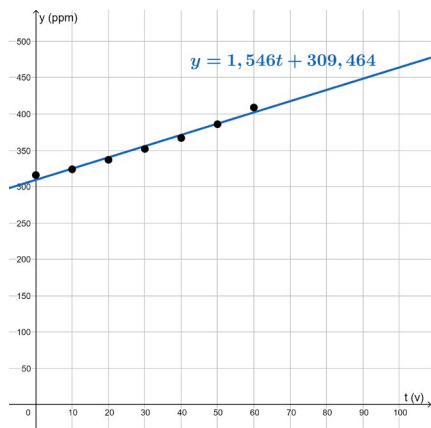
d) 218 cm, Mimmin pituus ei ole realistinen, joten mallilla ei voi ennustaa pituutta 10 ikävuoteen saakka.

7.14

- a) Muuttuja t on vuoden 1958 maaliskuusta kulunut aika (v) ja muuttuja y hiilidioksidipitoisuus (ppm).

Taulukoidaan havaintoarvot ja sovitetaan pistejoukkoon suora taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B
1	Kulunut aika t (v)	Hiilidioksidipitoisuus y (ppm)
2	0	316
3	10	324
4	20	337
5	30	352
6	40	367
7	50	386
8	60	409



Suoran yhtälö kolmen desimaalin tarkkuudella on $y = 1,546t + 309,464$.

- b) Lasketaan hiilidioksidipitoisuus y (ppm), kun aikaa on kulunut $t = 2021 - 1958 = 63$ (v).

$$\begin{aligned} y &= 1,546t + 309,464 && \text{Sijoitetaan } t = 63. \\ &= 1,546 \cdot 63 + 309,464 \\ &= 406,862 \approx 407 \text{ (ppm)} \end{aligned}$$

Hiilidioksidipitoisuuden keskiarvo vuonna 2021 on 407 ppm.

- c) Pistejoukko näyttäisi noudattavan lineaarista mallia tällä ajanjaksolla kohtuullisen hyvin. Alussa kasvu on kuitenkin hieman hitaampaa ja lopussa nopeampaa, joten saattaa olla, että pidemmällä aikajaksolla lineaarinen malli ei sovellu tilanteen kuvaamiseen.

Vastaus

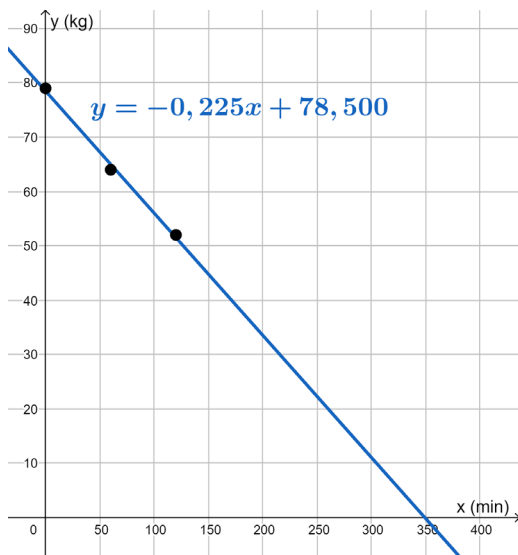
- a) $y = 1,546t + 309,464$
b) 407 ppm
c) Pistejoukko näyttäisi noudattavan lineaarista mallia tällä ajanjaksolla kohtuullisen hyvin. Alussa kasvu on kuitenkin hieman hitaampaa ja lopussa nopeampaa, joten saattaa olla, että pidemmällä aikajaksolla lineaarinen malli ei sovellu tilanteen kuvaamiseen.

7.15

- a) Muuttuja x on kulunut aika (min) ja muuttuja y tomaattien määrä (kg).

Taulukoidaan havaintoarvot ja sovitetaan pistejoukkoon suora taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B
1	Kulunut aika x (min)	Tomaattien määrä y (kg)
2	0	79
3	60	64
4	120	52



Jäljellä olevien tomaattien määrää kuvaava lineaarinen malli kolmen desimaalin tarkkuuteen sovitettuna on $y = -0,225x + 78,500$, missä x on klo 10:stä kulunut aika minuutteina.

- b) Lasketaan tomaattien määrä y , kun kulunut aika $x = 90$ min.

$$\begin{aligned}
 y &= -0,225x + 78,500 \\
 &= -0,225 \cdot 90 + 78,500 \\
 &= 58,25 \approx 58 \text{ (kg)}
 \end{aligned}$$

Sijoitetaan $x = 90$.

Tomaatteja on jäljellä 58 kg.

- c) Ratkaistaan kulunut aika x , kun tomaattien määrä $y = 20$ kg.

$$y = -0,225x + 78,500$$

Sijoitetaan $y = 20$.

$$20 = -0,225x + 78,500$$

Ratkaistaan muuttuja x
CAS-laskimella.

$$x = 260$$

Aikaa on kulunut $260 \text{ min} = 4 \text{ h } 20 \text{ min}$. Kello on siis 14.20.

Vastaus

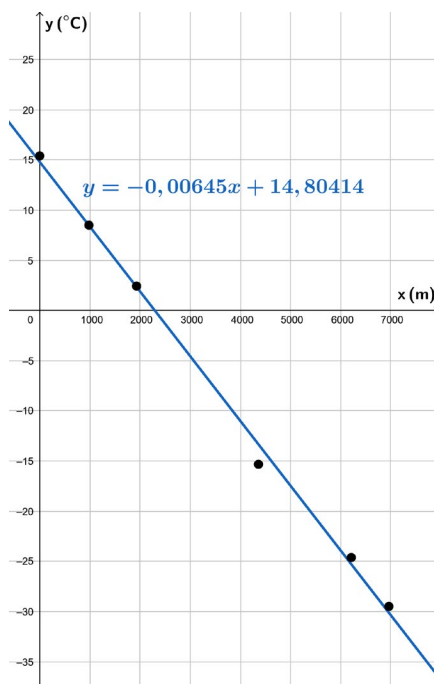
- a) $y = -0,225x + 78,500$, missä x on klo 10:stä kulunut aika (min).
b) 58 kg
c) klo 14.20

7.16

- a) Muuttuja x on korkeus merenpinnasta (m) ja muuttuja y lämpötila ($^{\circ}\text{C}$).

Taulukoidaan havaintoarvot ja sovitetaan pistejoukkoon suora taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B
1	Korkeus x (m)	Lämpötila y ($^{\circ}\text{C}$)
2	0	15,40
3	980	8,50
4	1930	2,43
5	4360	-15,32
6	6210	-24,61
7	6960	-29,48



Lämpötilaa kuvaava lineaarinen malli viiden desimaalin tarkkuuteen sovitettuna on $y = -0,00645x + 14,80414$, missä x on korkeus merenpinnasta (m).

b) Suoran kulmakerroin ilmaisee ilman lämpötilan laskua korkeuden kasvaessa. Ilma jäähtyy keskimäärin $0,00645\text{ }^{\circ}\text{C/m}$.

c) Lasketaan lämpötila $y\text{ }(^{\circ}\text{C})$, kun korkeus $x = 10\text{ km} = 10\ 000\text{ m}$.

$$\begin{aligned}y &= -0,00645x + 14,80414 && \text{Sijoitetaan } x = 10\ 000. \\&= -0,00645 \cdot 10\ 000 + 14,80414 \\&= -49,695... \approx -50\text{ }(^{\circ}\text{C})\end{aligned}$$

Lämpötila 10 kilometrin korkeudella merenpinnasta on $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$.

d) Ratkaistaan korkeus $x\text{ (m)}$, kun lämpötila on $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

$$\begin{aligned}y &= -0,00645x + 14,80414 && \text{Sijoitetaan } y = 0. \\0 &= -0,00645x + 14,80414 && \text{Ratkaistaan muuttuja } x \\&&& \text{CAS-laskimella.} \\x &= 2295,215... \approx 2300\text{ (m)}\end{aligned}$$

Lämpötilan nollaraja menee 2300 metrin korkeudessa.

e) Lämpötila laskee keskimäärin $0,00645\text{ }^{\circ}\text{C/m}$. Kilometri noustaessa lämpötila laskee $1000 \cdot 0,00645\text{ }^{\circ}\text{C} = 6,45\text{ }^{\circ}\text{C} \approx 6,5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Vastaus

a) $y = -0,00645x + 14,80414$, missä y on ilman lämpötila $(^{\circ}\text{C})$ ja x korkeus merenpinnasta (m) .

b) Kuinka paljon ilma keskimäärin jäähtyy metriä kohti ylöspäin mentäessä, $0,00645\text{ }^{\circ}\text{C/m}$.

c) $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$

d) 2300 m

e) laskee noin $6,5\text{ }^{\circ}\text{C}$

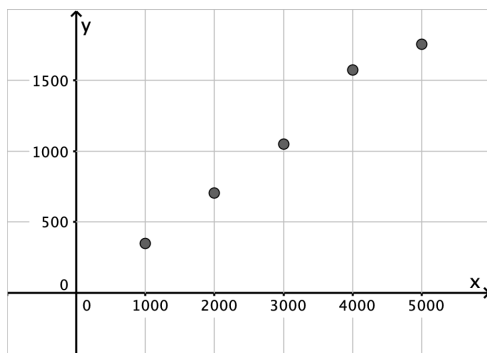
7.17

a) Muutetaan ajat sekunneiksi.

Matka (m)	Aika (s)
1000	$5 \cdot 60 + 50 = 350$
2000	$11 \cdot 60 + 43 = 703$
3000	$17 \cdot 60 + 30 = 1050$
4000	$26 \cdot 60 + 10 = 1570$
5000	$29 \cdot 60 + 15 = 1755$

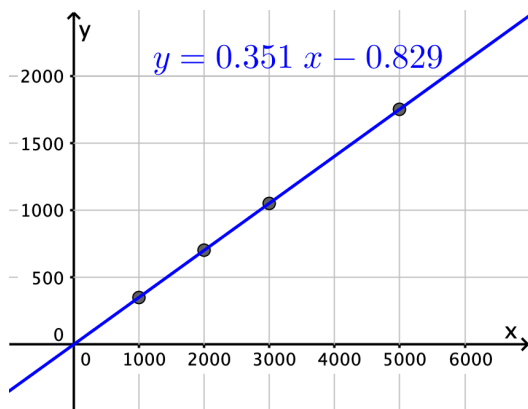
Taulukoidaan havaintoarvot ja piirretään pistejoukon kuvaaja.

	A	B
1	Matka x (m)	Aika y (s)
2	1000	350
3	2000	703
4	3000	1050
5	4000	1570
6	5000	1755



- b) Poistetaan virheellinen aika ja sovitetään pistejoukkoon suora taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B
1	Matka x (m)	Aika y (s)
2	1000	350
3	2000	703
4	3000	1050
5	5000	1755



Väliaikoja kuvaava lineaarinen malli kolmen desimaalin tarkkuudella sovitettuna on

$$y = 0,351x - 0,829,$$

missä x on juostu matka (m).

Lasketaan väliaika y , kun matkaa on juostu $x = 4000$ m.

$$y = 0,351x - 0,829$$

$$= 0,351 \cdot 4000 - 0,829$$

$$= 1403,171 \approx 1403 \text{ (s)}$$

Sijoitetaan $x = 4000$.

Muutetaan aika minuuteiksi ja sekunneiksi.

$$\frac{1403}{60} = 23,383\dots$$

$$1403 - 23 \cdot 60 = 23$$

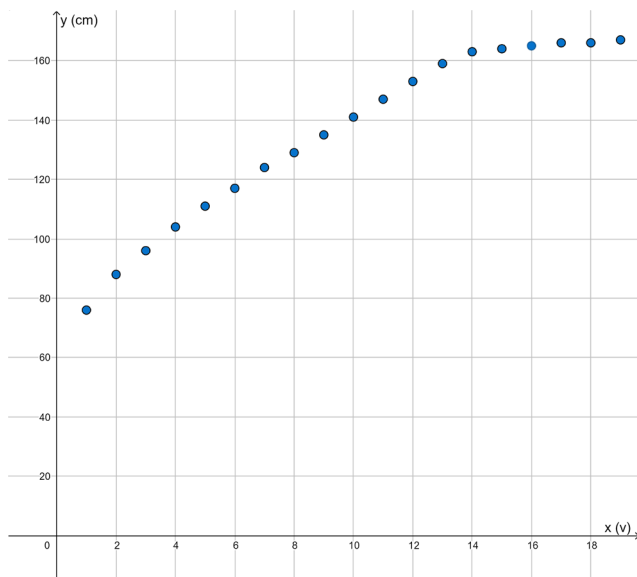
Siis väliaika $1403 \text{ s} = 23 \text{ min } 23 \text{ s}$.

Vastaus

- a) 4000 metrin väliaika on väärin
- b) 23 min 23 s

7.18

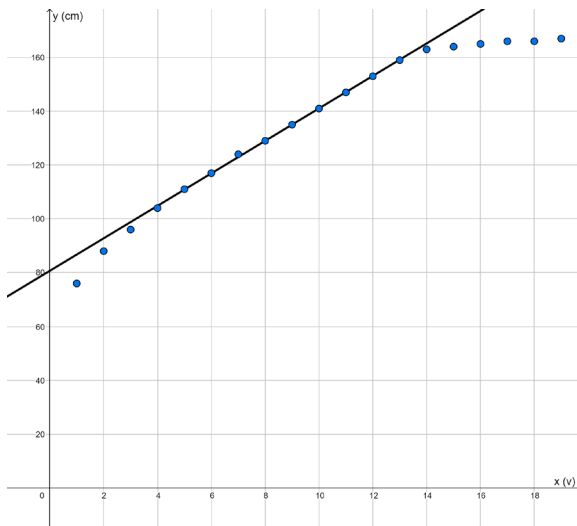
a) Muuttuja x ikä (v) ja muuttuja y keskipituus (cm).



Kuvasta voidaan päätellä, että kasvu on lineaarista ikävuosien 4 ja 13 välillä.

- b) Taulukoidaan halutut havaintoarvot ja sovitetaan kasvuvaiheen pistejoukkoon suora taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B
1	Ikä x (v)	Keskipituus y (cm)
2	4	104
3	5	111
4	6	117
5	7	124
6	8	129
7	9	135
8	10	141
9	11	147
10	12	153
11	13	159



Kasvuvaihetta kuvaava, eli ikävuosiin 4 – 13 sovitettu lineaarinen malli kahden desimaalin tarkkuuteen sovitettuna on $y = 6,04x + 80,69$.

Vastaus

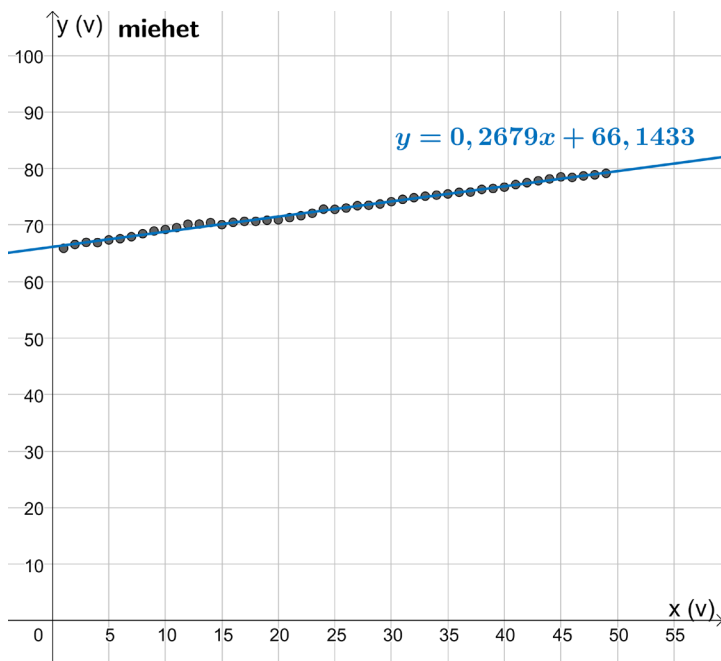
- a) Kasvu on lineaarista noin ikävuosina 4 – 13.
b) Ikävuosiin 4 – 13 sovitettu lineaarinen malli on $y = 6,04x + 80,69$.

7.19

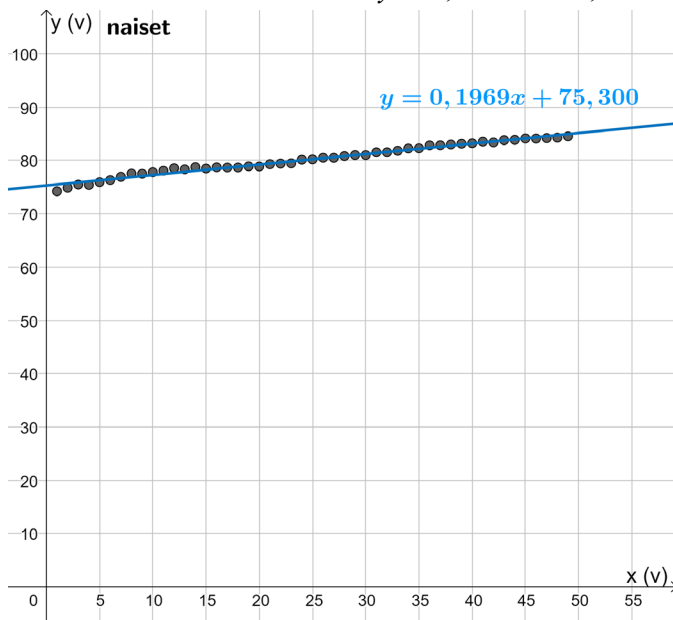
- a) Muuttuja x on vuodesta 1970 kulunut aika (v) ja muuttuja y elinajanodote (v).

Sijoitetaan arvot taulukkoon ja sovitetaan pistejoukkoon suora taulukkolaskentaohjelmalla.

Miesten elinajanodotetta kuvaava lineaarinen malli neljän desimaalin tarkkuuteen sovitettuna on $y = 0,2679x + 66,1433$.



Naisten elinajanodotetta kuvaava lineaarinen malli neljän desimaalin tarkkuuteen sovitettuna on $y = 0,1969x + 75,300$.



- b)** Havaintopisteisiin sovitetun suoran kulmakerroin kertoo, kuinka monta vuotta elinajanodote on noussut vuodessa.

Vuosina 1971 – 2019 miesten elinajanodote on noussut $0,2679 \text{ v} \approx 0,27 \text{ v}$.

Naisten elinajanodote on noussut $0,1969 \text{ v} \approx 0,20 \text{ v}$.

- c) Lasketaan elinajanodote y , kun vuosia on kulunut
 $x = 2035 - 1970 = 65$ (v).

Pojat:

$$\begin{aligned} y &= 0,2679x + 66,1433 && \text{Sijoitetaan } x = 65. \\ &= 0,2679 \cdot 65 + 66,1433 \\ &= 83,5560 \approx 84 \text{ (v)} \end{aligned}$$

Tytöt:

$$\begin{aligned} y &= 0,1969x + 75,300 && \text{Sijoitetaan } x = 65. \\ &= 0,1969 \cdot 65 + 75,300 \\ &= 88,0985 \approx 88 \text{ (v)} \end{aligned}$$

Vuonna 2035 syntyvien poikien elinajanodote on 84 vuotta ja tyttöjen 88 vuotta.

Vastaus

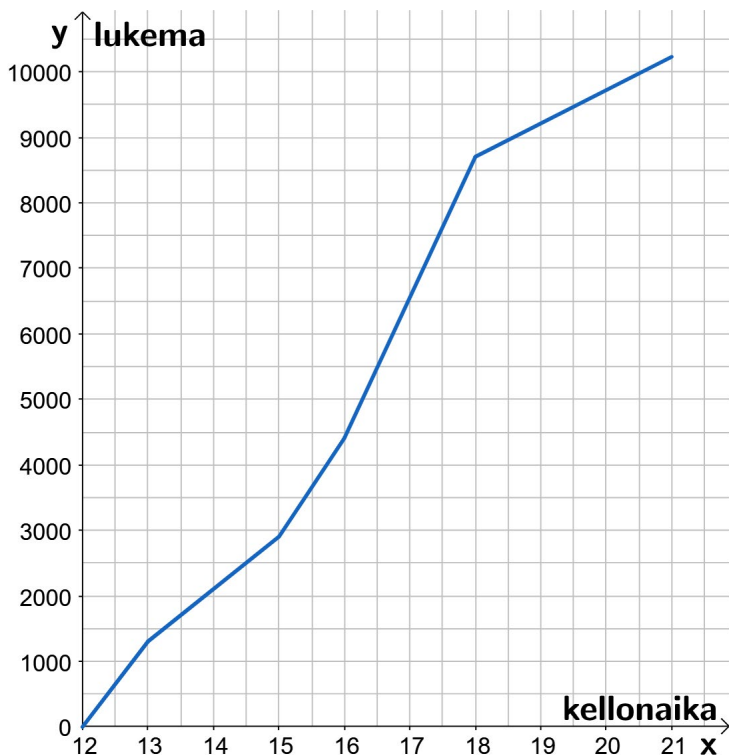
- a) Malleissa y on elinajanodote ja x vuodesta 1970 kulunut aika vuosina.
miehet: $y = 0,2679x + 66,1433$
naiset: $y = 0,1969x + 75,300$
- b) miehet: n. 0,27 vuotta
naiset: n. 0,20 vuotta
- c) pojat: 84 vuotta
tytöt: 88 vuotta

7.20

Muuttuja x on kellonaika ja muuttuja y laskurin lukema.

Aika x (h)	Lukema y
12	0
13	1305
15	2904
16	4410
18	8705
21	10 231

Sijoitetaan havaintopisteet koordinaatistoon ja yhdistetään ne.



Kuvaajan kulmakerroin ilmaisee liikennevirtaa. Kulmakertoimen yksikkö on ajoneuvoa tunnissa.

Liikenne oli vilkkainta välillä, jossa kulmakerroin on suurin. Kuvaaja nousee jyrkimmin kello 16 – 18, jolloin kuvaaja nousee pisteestä (16, 4410) pisteeseen (18, 8705).

Lasketaan kuvaajan kulmakerroin kyseisellä välillä.

$$k = \frac{8705 - 4410}{18 - 16} = 2147,5 \approx 2148 \qquad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Liikenne oli hiljaisinta välillä, jossa kulmakerroin on pienin. Kuvaaja nousee loivimmin kello 18 – 21, jolloin kuvaaja nousee pisteestä (18, 8705) pisteeseen (21, 10 231).

Lasketaan kuvaajan kulmakerroin kyseisellä välillä.

$$k = \frac{10\,231 - 8705}{21 - 18} = 508,666... \approx 509 \qquad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Vastaus

Liikenne oli vilkkainta kello 16 – 18, jolloin liikennevirta oli 2148 ajoneuvoa tunnissa ja hiljaisinta kello 18 – 21, jolloin liikennevirta oli 509 ajoneuvoa tunnissa.